第47講　p 進法

47　10進法で「10」と表される数を2進法では「1010」と表すことができるが，10進法での「1010」と区別するため，10進法以外は添字をつけて表す場合が多い．例えば，10進法で「10」は2進法では「$1010_{(2)}$」，5進法では「$20_{(5)}$」という具合に表現できる．

(1)　$10101_{(2)}$ を3進法で表せ．

(2)　$123_{(4)}+301_{(4)}$，$123_{(4)}\times 301_{(4)}$，$123_{(4)}-301_{(4)}$ を計算せよ．

(3)　5進法で表したとき3桁のある数は，3つある各位の数字の2つが入れ替わったところ，もとの数の2倍になったという．もとの数を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第47講　p 進法

47　次の各問いに答えよ．ただし，$1234_{(6)}$ は4桁，$123_{(5)}$ は3桁，$012_{(4)}$ は2桁と判断する．

(1)　ある自然数 x は，5進法で表しても6進法で表しても3桁になり，5進法で表したときと6進法で表したときの各位の数字が逆の順になっているという．x を10進法で表して答えよ．

(2)　4進法で表しても6進法で表しても3桁になる自然数 y について，4進法で表したときと6進法で表したときの各位の数字が逆の順になっているものが存在しないことを示せ．

【選択肢】

(1)　㋐　92　　㋑　45　　㋒　87

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第47講　p 進法

47　10進法で「10」と表される数を2進法では「1010」と表すことができるが，10進法での「1010」と区別するため，10進法以外は添字をつけて表す場合が多い．例えば，10進法で「10」は2進法では「$1010_{(2)}$」，5進法では「$20_{(5)}$」という具合に表現できる．

(1)　$10101_{(2)}$ を3進法で表せ．

(2)　$123_{(4)}+301_{(4)}$，$123_{(4)}\times 301_{(4)}$，$123_{(4)}-301_{(4)}$ を計算せよ．

(3)　5進法で表したとき3桁のある数は，3つある各位の数字の2つが入れ替わったところ，もとの数の2倍になったという．もとの数を求めよ．

【答】　(1) $210_{(3)}$　(2) 順に $1030_{(4)}$，$110223_{(4)}$，$-112_{(4)}$　(3) $143_{(5)}$ と $130_{(5)}$

【解答】

(1)　$1\cdot2^4+0\cdot2^3+1\cdot2^2+0\cdot2^1+1\cdot2^0=16+0+4+0+1=21=2\cdot3^2+1\cdot3^1+0\cdot3^0$ より

$10101_{(2)}$ を3進法で表すと $\mathbf{210_{(3)}}$

(2)　$123_{(4)}+301_{(4)}=\mathbf{1030_{(4)}}$，$123_{(4)}\times301_{(4)}=\mathbf{110223_{(4)}}$，$123_{(4)}-301_{(4)}=\mathbf{-112_{(4)}}$

(3)　求める整数は10進法では $a\cdot5^2+b\cdot5^1+c\cdot5^0$ と表せる．

ここで，a は4以下の自然数，b と c は0以上4以下の整数である．

(Ⅰ)　5^1 の位と 5^0 の位が入れ替わったとすると

$$a\cdot5^2+c\cdot5^1+b\cdot5^0=2\times(a\cdot5^2+b\cdot5^1+c\cdot5^0)\quad\cdots\cdots①$$

が成り立つはずであるが，

$2\times(a\cdot5^2+b\cdot5^1+c\cdot5^0)\geqq2a\cdot5^2$，$a\cdot5^2+c\cdot5^1+b\cdot5^0<(a+1)\cdot5^2$ で，

$2a-(a+1)=a-1\geqq0$ であるから①が成立することはない．

(Ⅱ)　5^2 の位と 5^0 の位が入れ替わったとすると

$$c\cdot5^2+b\cdot5^1+a\cdot5^0=2\times(a\cdot5^2+b\cdot5^1+c\cdot5^0)\quad\cdots\cdots②$$

が成り立つ．

ここで $1\leqq a\leqq4$ であるが，②の右辺は3桁であるので，繰り上がりを考えても $2a\leqq4$ であることが必要．つまり $a=1$，2となる．また，左辺は3桁であるので $c\neq0$

(ⅰ)　$a=1$ のとき

②は $c\cdot5^2+b\cdot5^1+1\cdot5^0=2\cdot5^2+2b\cdot5^1+2c\cdot5^0$ となるが，5^0 の位に注目すると，

$1\leqq c\leqq4$ より $2c=6$ ゆえに $c=3$

このとき，②は

$$3\cdot5^2+b\cdot5^1+1\cdot5^0=2\cdot5^2+2b\cdot5^1+6\cdot5^0=2\cdot5^2+(2b+1)\cdot5^1+1\cdot5^0$$

となるので，$(2b+1)-5=b$ ゆえに $b=4$

よって $a=1$，$b=4$，$c=3$

(ⅱ)　$a=2$ のとき

②は $c\cdot5^2+b\cdot5^1+2\cdot5^0=4\cdot5^2+2b\cdot5^1+2c\cdot5^0$ となるが，5^0 の位に注目すると，

$1\leqq c\leqq4$ より $2c=2$ ゆえに $c=1$

このとき，②は

$$1\cdot5^2+b\cdot5^1+2\cdot5^0=4\cdot5^2+2b\cdot5^1+2\cdot5^0$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

となるが，5^2 の位に注目すると，これが成立することはない．

⑶　5^2 の位と 5^1 の位が入れ替わったとすると

$$b\cdot5^2+a\cdot5^1+c\cdot5^0=2\times(a\cdot5^2+b\cdot5^1+c\cdot5^0)\quad\cdots\cdots③$$

が成り立つ．

⑵と同様に $a=1,\ 2$

ここで 5^0 の位に注目すると，$0\leqq c\leqq4$ より $2c=c$ ゆえに $c=0$

このとき③は

$$b\cdot5^2+a\cdot5^1+0\cdot5^0=2a\cdot5^2+2b\cdot5^1+0\cdot5^0$$

すなわち $b=3a$ が成り立つ．

(i)　$a=1$ のとき，③は $b=3$

よって $a=1$，$b=3$，$c=0$

(ii)　$a=2$ のとき，③は $b=6$ となり不適．

以上より，求める数は $\mathbf{143_{(5)}}$ と $\mathbf{130_{(5)}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 47 講　p 進法

47 次の各問いに答えよ．ただし，$1234_{(6)}$ は 4 桁，$123_{(5)}$ は 3 桁，$012_{(4)}$ は 2 桁と判断する．

(1) ある自然数 x は，5 進法で表しても 6 進法で表しても 3 桁になり，5 進法で表したときと 6 進法で表したときの各位の数字が逆の順になっているという．x を 10 進法で表して答えよ．

(2) 4 進法で表しても 6 進法で表しても 3 桁になる自然数 y について，4 進法で表したときと 6 進法で表したときの各位の数字が逆の順になっているものが存在しないことを示せ．

【選択肢】

(1) ㋐ 92　㋑ 45　㋒ 87

【答】 (1) ㋒

【解答】

(1) a，c を 4 以下の自然数，b を 0 以上 4 以下の整数とするとき，

$x=a\cdot5^2+b\cdot5+c=c\cdot6^2+b\cdot6+a$ と表せるので

$$b=24a-35c \quad \cdots\cdots①$$

を得る．

ここで，a，c は 4 以下の自然数より $24a$ は 24，48，72，96 のいずれかで，$35c$ は 35，70，105，140 のいずれかとなり，また b は 0 以上 4 以下の整数より，①を満たすものは $(a,\ b,\ c)=(3,\ 2,\ 2)$ だけであることがわかる．

以上より，$x=\mathbf{87}$

(2) 4 進法で表したときと 6 進法で表したときの各位の数字がちょうど逆の順になっているものが存在すると仮定すると，a，c は 3 以下の自然数，b を 0 以上 3 以下の整数として，

$y=a\cdot4^2+b\cdot4+c=c\cdot6^2+b\cdot6+a$ と表せる．これから

$$2b=5(3a-7c) \quad \cdots\cdots②$$

となるが，b，$3a-7c$ は整数で，2 と 5 は互いに素より②は整数 k を用いて $10k$ と表せる．

$2b=10k$ より $b=5k$ であるが，b は 0 以上 3 以下の整数より $k=0$ に決まる．このとき $5(3a-7c)=10k$ より $3a-7c=0$ となるが，これを満たす 3 以下の自然数 a と c は存在しない．

よって，4 進法で表したときと 6 進法で表したときの各位の数字がちょうど逆の順になっているものは存在しない．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。